中原工学院
Zhongyuan University of Technology

11　恒定磁场

任课教师　曾灏宪

中原工学院　理学院

大学物理（下）

11　恒定磁场

11.1 恒定电流 电流密度

一　电流

定义：通过截面S 的电荷随时间的变化率.（单位时间内垂直通过横截面S的电量)

$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

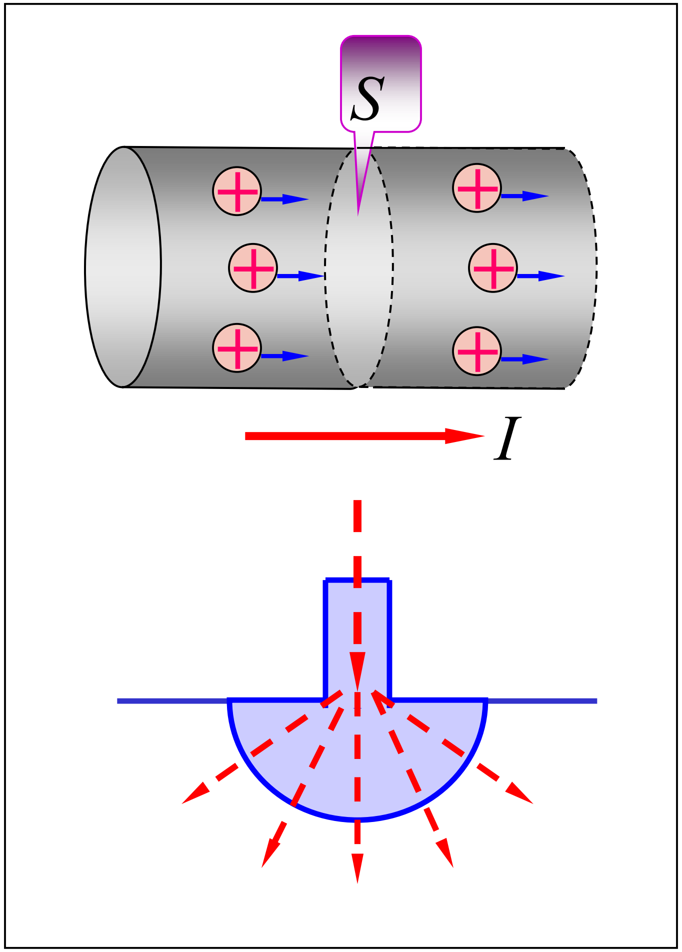
单位：A [安培]

$$1\mathrm{mA} = 10^{-3}\ \mathrm{A}$$

$$\mathrm{d}q = en\,\mathrm{dv} = en\,v_{\mathrm{d}}\,\mathrm{d}tS$$

$$I = en\,v_{\mathrm{d}}S$$

v_{d} 为电子的漂移速度大小



二　电流密度（矢量）

方向规定：$\vec{j}$ ⟶ 该点正电荷的运动方向

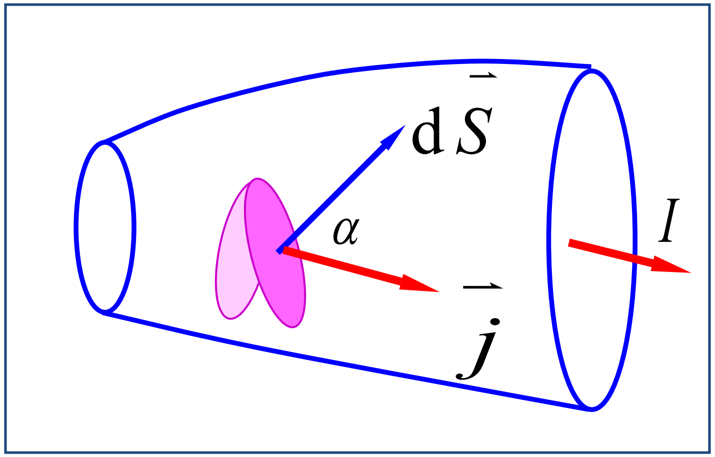
大小规定：等于在单位时间内过该点附近垂直于正电荷运动方向的单位面积的电量

单位时间内垂直通过单位横截面积的电量

$$j = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S\cos\alpha} = en\,v_{\mathrm{d}}$$

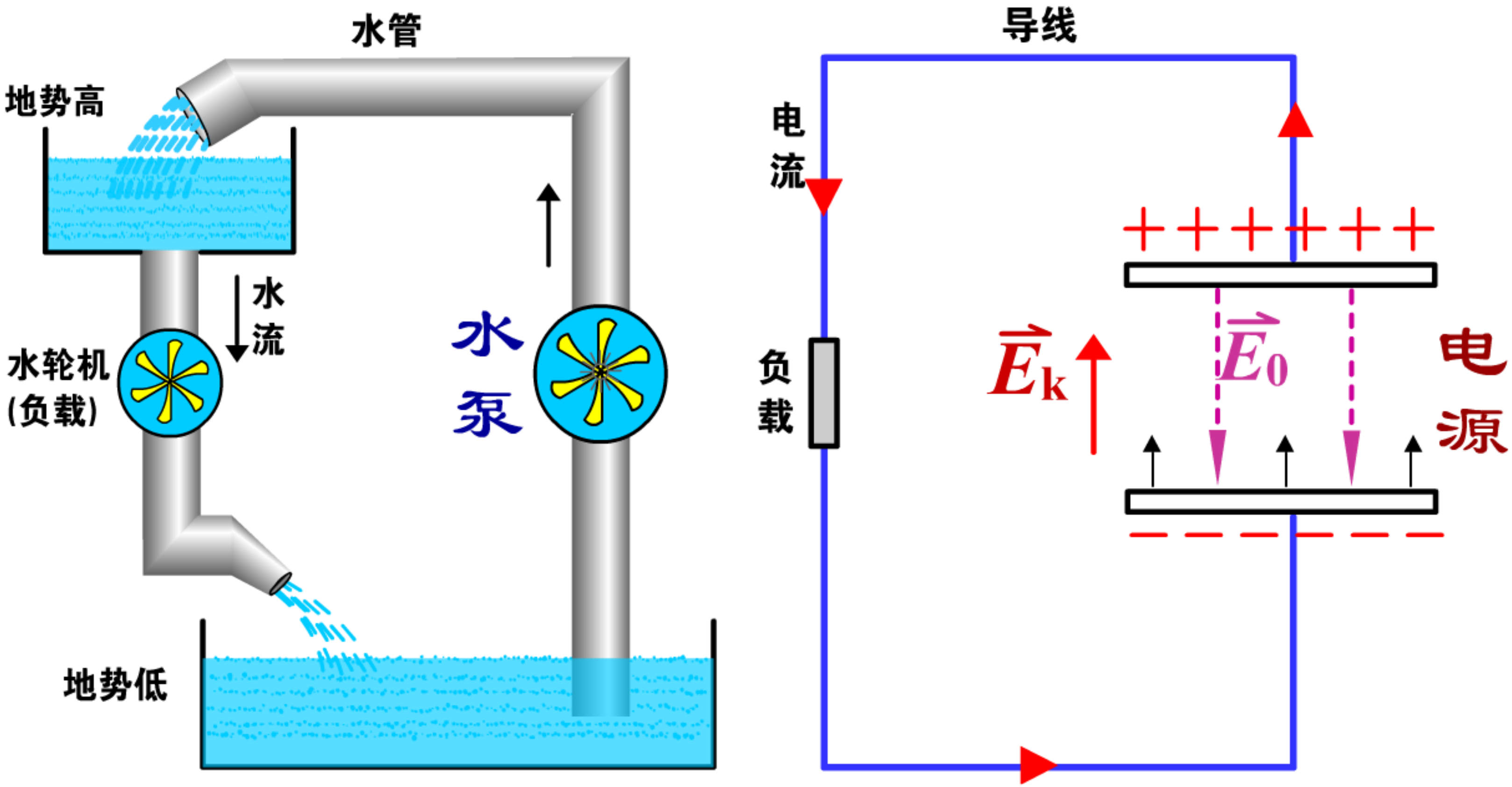
$$\mathrm{d}I = \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = j\,\mathrm{d}S\cos\alpha$$

$$\boxed{I = \int_s \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}}$$



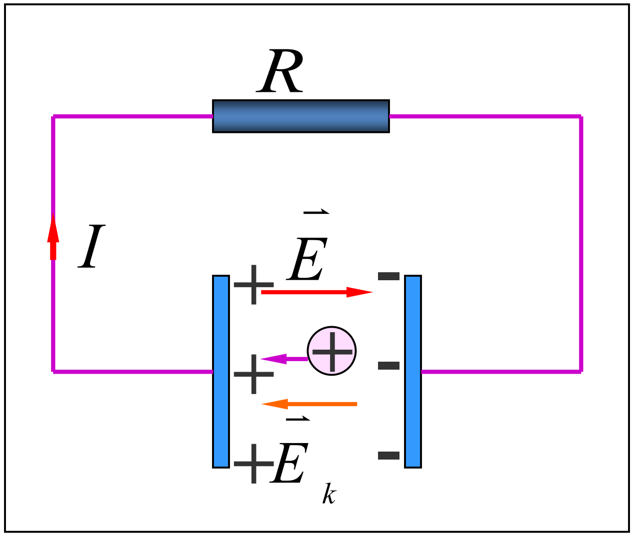
11.2　电源　电动势

一　电源 电动势



电源和水泵作用的类比

非静电力: 能不断分离正负电荷使正电荷逆静电场力方向运动.



电源：提供非静电力的装置.

非静电**电场强度** $\vec{E}_k$: 单位正电荷所受的非静电力.

$$W = \oint_l q\vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

电动势的定义：单位正电荷绕闭合回路运动一周，**非静电力**所做的功.

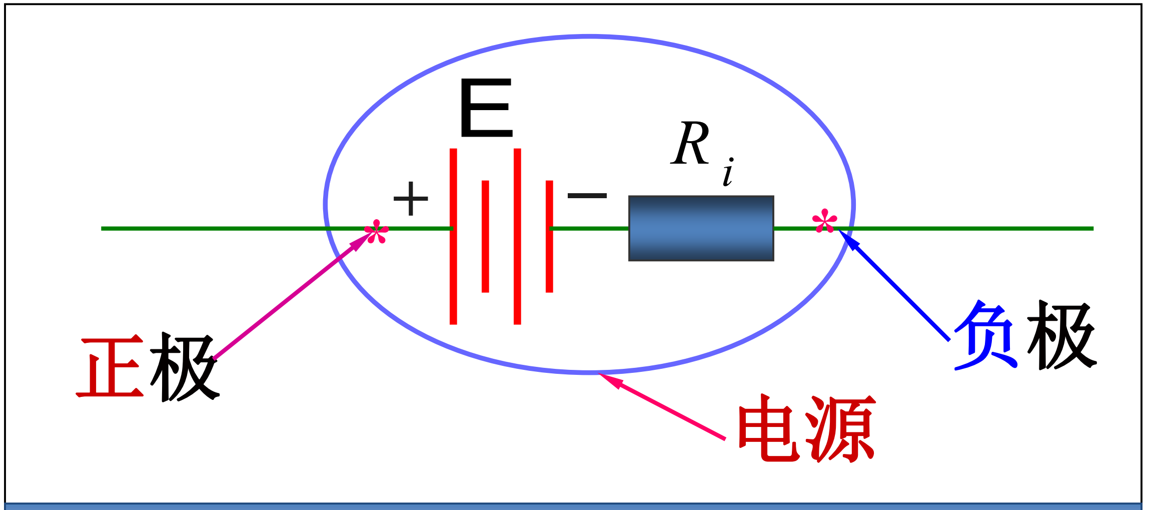
电动势

$$\boxed{\mathcal{E} = \frac{W}{q} = \frac{\oint_l q\vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}}{q}}$$

$$\mathcal{E} = \int_{外} \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} + \int_{内} \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} \qquad \because \int_{外} \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$$

$\therefore$ 电源电动势 $\mathcal{E} = \oint_l \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{内} \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

电源电动势大小等于将单位正电荷从负极经电源内部移至正极时非静电力所作的功.

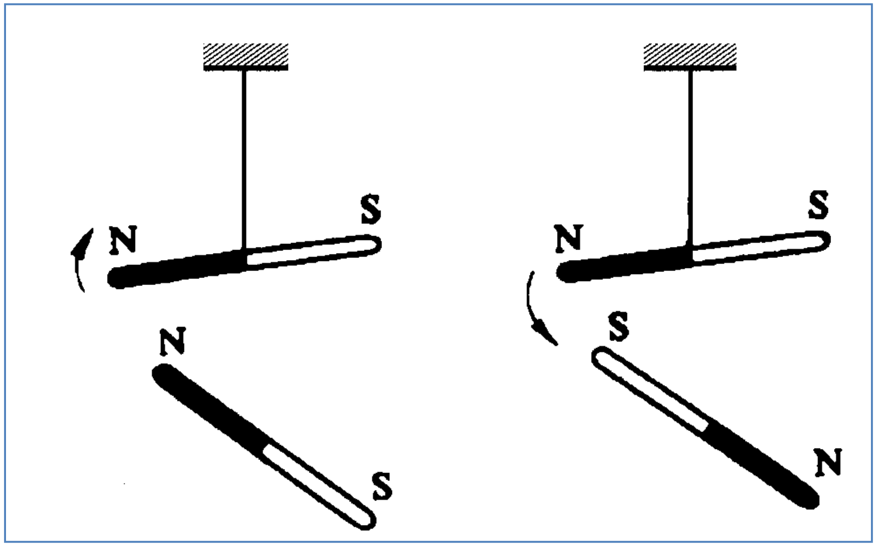


电源的电动势 $\mathcal{E}$ 和内阻 R_i

11.3 磁场 磁感强度

一 基本磁现象

1. 磁铁的磁性



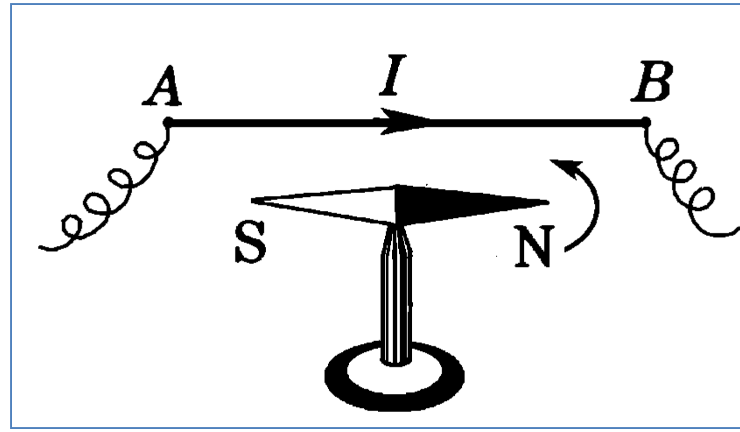
磁铁磁性最强区域称为磁极。
磁铁指向北方的磁极为磁北极或N极；指向南方的为磁南极或S极。

同名磁极相斥，异名磁极相引。

磁极周围存在磁场，处于磁场中的其它磁极或运动电荷，都要受到磁场的作用力，此作用力称为磁场力或磁力。

磁场力是通过磁场这种特殊物质传递的。

2. 电流的磁效应

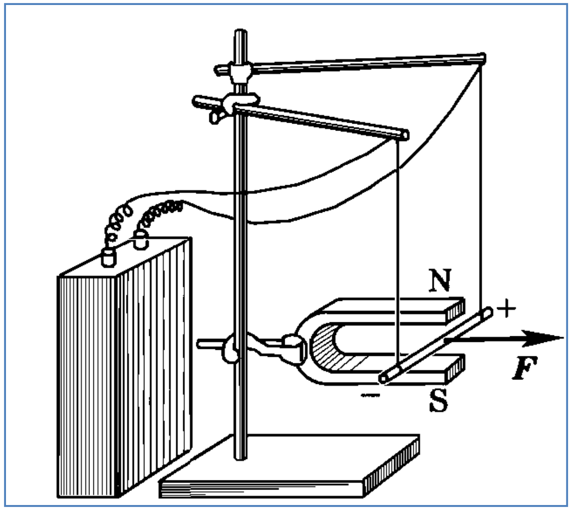


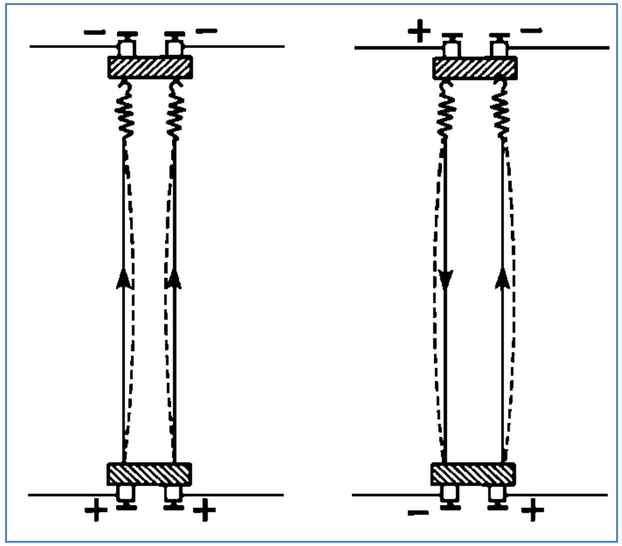
1819年，奥斯特发现，放在载流导线周围的磁针会受到磁力作用而发生偏转。

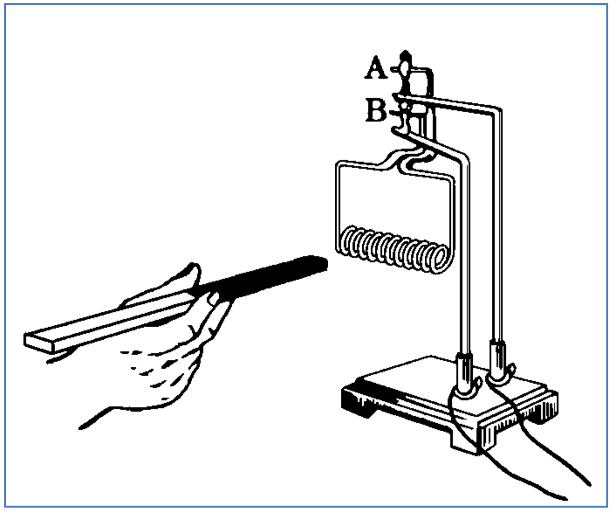
奥斯特发现电流的磁效应后，人们才认识到磁与电的密切联系。

1820年，安培发现：

- 磁铁附近的载流导线或线圈也会受到磁力作用而发生运动
- 又发现载流导线之间也会发生相互作用。

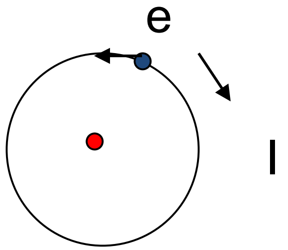






1822年，安培 由此提出了物质磁性本质的假说，即一切磁现象的根源是电流，构成物质的分子中都存在有回路电流——分子电流假说

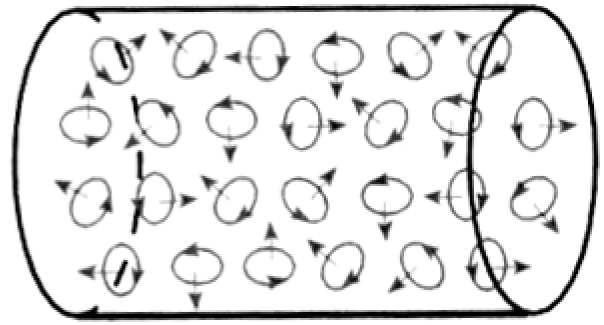
安培分子电流假说与近代关于原子和分子结构的认识相吻合。原子是由原子核和核外电子组成的，电子的绕核运动就形成了经典概念的电流。



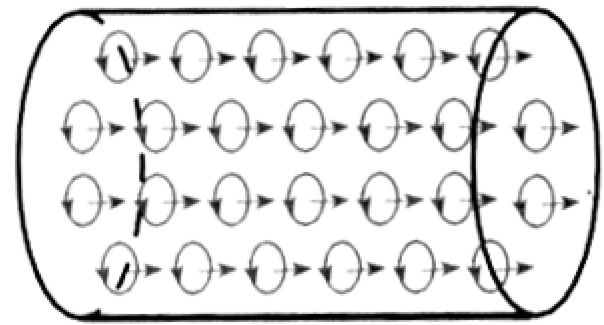
为什么有的物体具有磁性，而有的物体没有磁性？

分子电流整齐排列的物体具有磁性

分子电流杂乱无章的物体不具有磁性



甲



乙

磁现象与电现象有很多类似，在自然界有独立存在的电荷，却至今没找到独立存在的磁荷，即所谓“磁单极子”。

理论预言存在磁单极子。寻找“磁单极子”是当今科学界面临的重大课题之一。

二　磁场

稳恒电流周围 → 稳恒磁场（静磁场）

运动电荷在周围空间激发磁场，电流或运动电荷之间相互作用的磁力是通过磁场而作用的，磁场是物质存在的一种形式。

磁场的特征：

（1）在磁场中的运动电荷、载流导体、磁性介质等受磁场力作用。

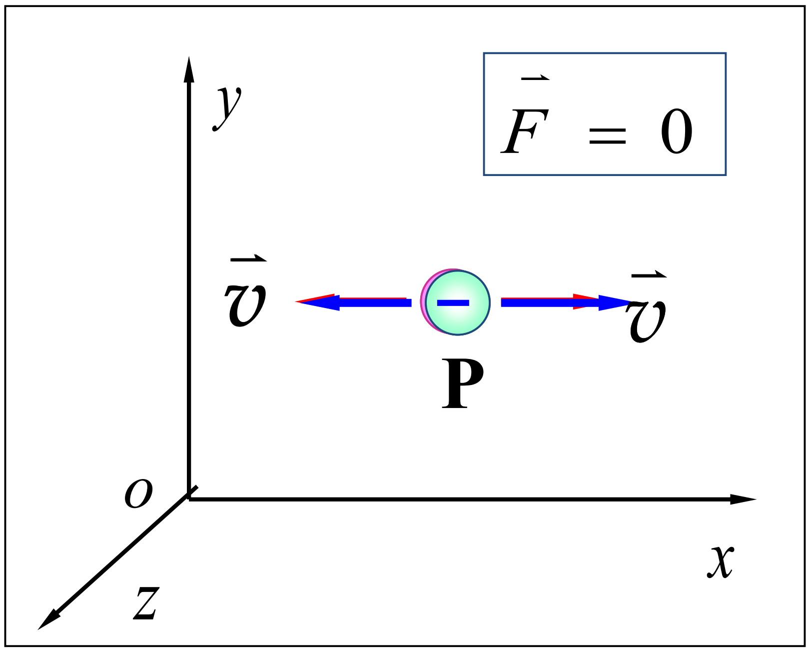
（2）载流导体在磁场中运动时，磁力作功。

——磁场具有能量

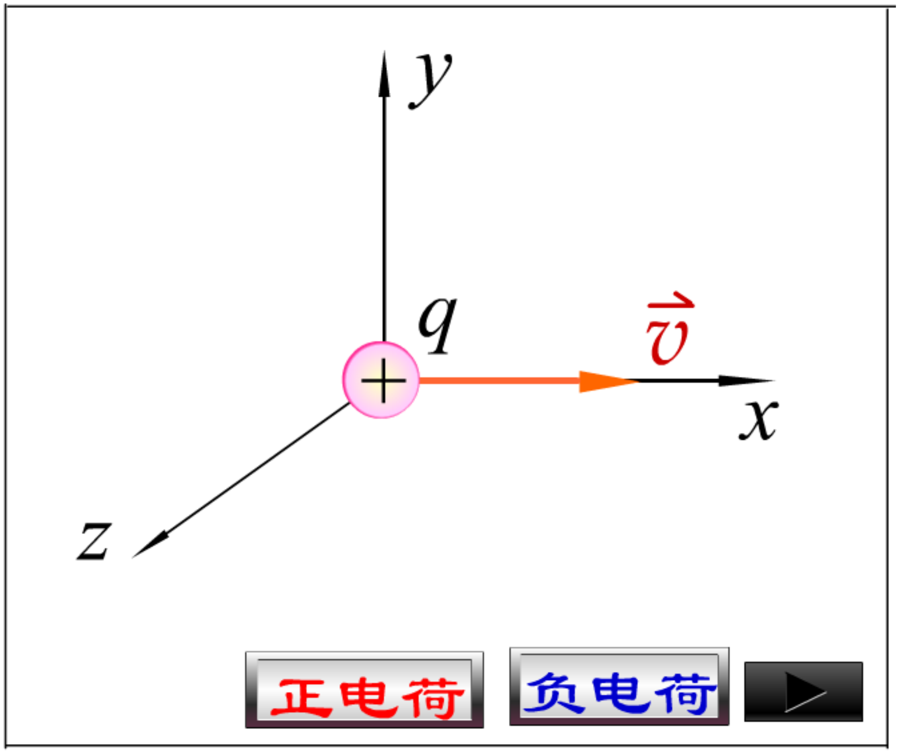
三　磁感强度 $\vec{B}$ 的定义

与静电场的研究类似，研究——

运动的带电粒子在磁场中运动所受的力



实验发现带电粒子在磁场中某点 P 沿某一特定方向（或其反方向）运动时不受力，且此特定方向与小磁针指向一致.



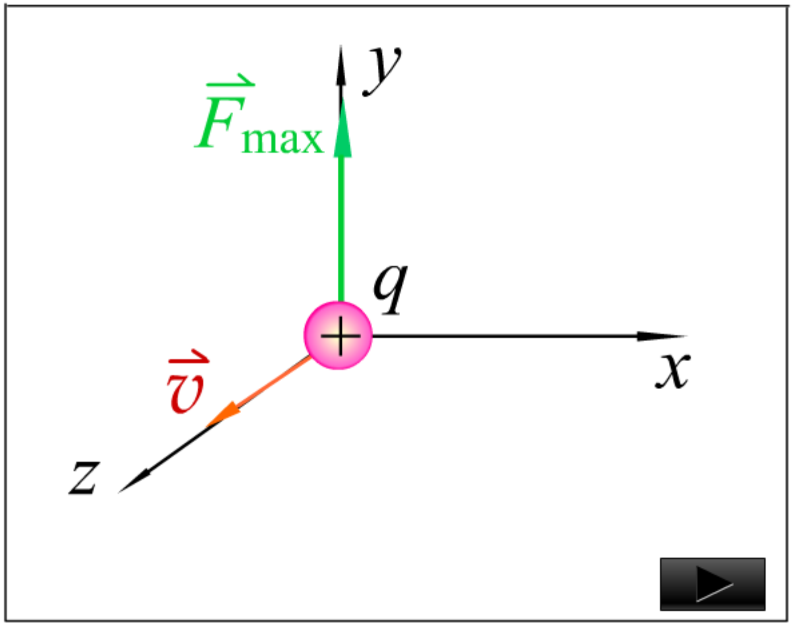
带电粒子在磁场中沿其他方向运动时，其受力垂直于 $\vec{v}$ 与该特定方向所组成的平面.

当带电粒子在磁场中垂直于此特定方向运动时受力最大.

$$\vec{F} = \vec{F}_{\max} = \vec{F}_{\perp}$$

$$F_{\max} \propto q v$$

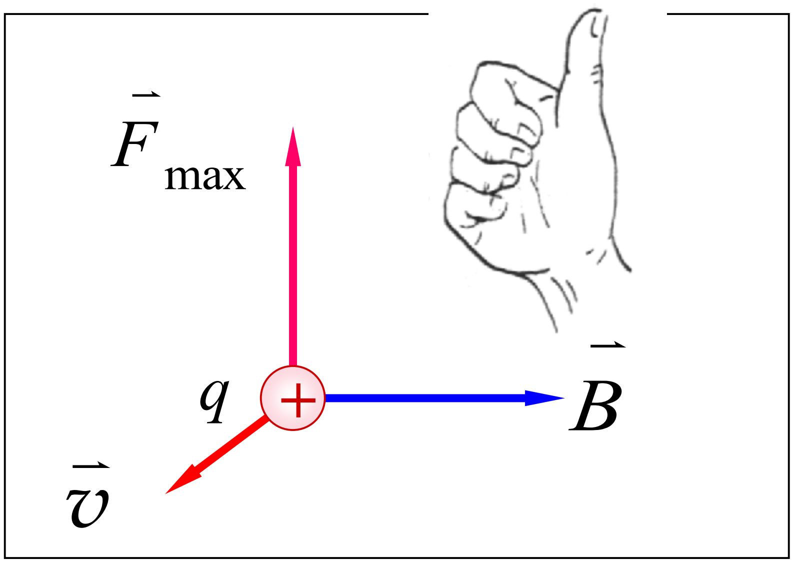
$\boxed{\dfrac{F_{\max}}{q v}}$ 大小与 q , v 无关



磁感强度 $\vec{B}$ 的定义：若带电粒子在磁场中某点向某方向运动不受力，且该方向与小磁针在该点指向一致，此特定方向定义为该点的 $\vec{B}$ 的方向.

$\vec{B}$ 的大小 $\boxed{B = \dfrac{F_{max}}{qv}}$

单位 特斯拉 $1(\mathrm{T}) = 1\,\mathrm{N/A \cdot m}$



运动电荷在磁场中受力

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}}$$

磁感应强度

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}\vec{e}_r$$

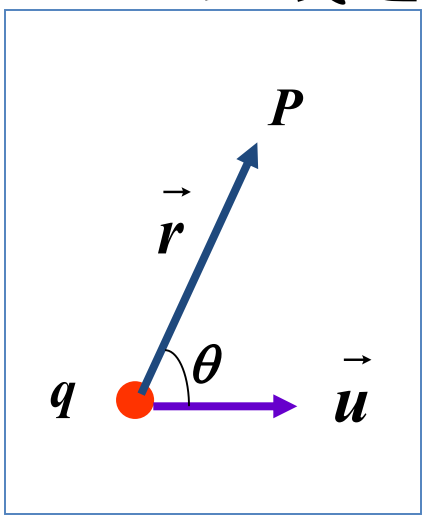
1. 定义：

$$\boxed{\vec{B}=\frac{1}{c^2}\vec{u}\times\vec{E}}$$

单位：特斯拉（T）

磁场是电场的相对论效应

［例］ 相对于观察者以 $\vec{u}$ 匀速直线运动的点电荷的磁场



$$\vec{B}=\frac{q\vec{u}\times\vec{r}}{c^2 4\pi\varepsilon_0 r^3}=\boxed{\frac{\mu_0 q\vec{u}\times\vec{r}}{4\pi r^3}}$$

运动电荷产生的磁场公式

定义真空磁导率：

$$\mu_0=\frac{1}{c^2\varepsilon_0}=4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{N\cdot A^{-2}}$$

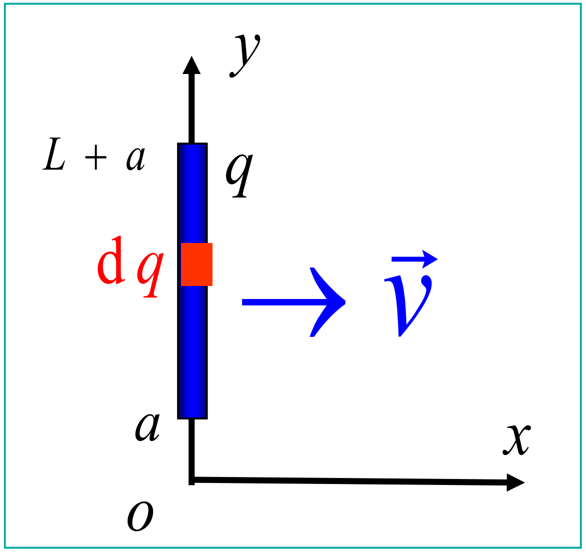
2. 磁场叠加原理

若空间不止一个运动电荷，则空间某点总磁感应强度等于各场源电荷单独在该点激发的磁感应强度的矢量和：

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

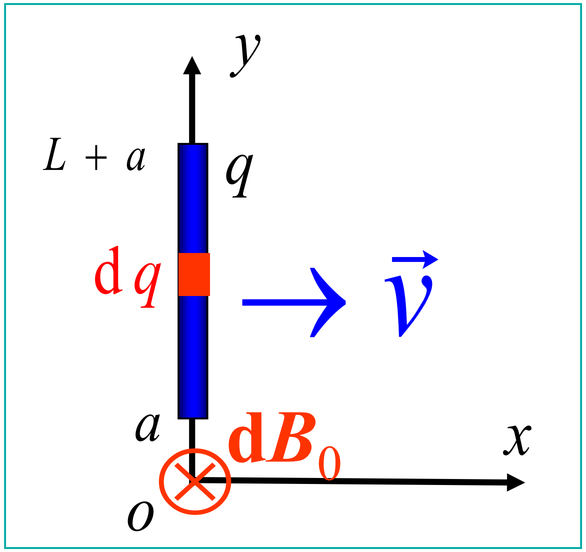
例：已知：$L = 0.1\,\mathrm{m}$，$q = 10^{-10}\,\mathrm{C}$，$v = 1\,\mathrm{ms}^{-1}$，$a = 0.1\,\mathrm{m}$

求：$B_0 = ?$



解：　在 L 上取 $\mathrm{d}q = \dfrac{q}{L}\mathrm{d}y$

$\mathrm{d}\vec{B}$ 的大小，方向？



dq 以 $\vec{v}$ 沿 $+x$ 运动

由 $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 q \vec{u} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$

$$dB_0 = \frac{\mu_0 \, dq v y \sin 90^0}{4\pi y^3}$$

$$= \frac{\mu_0 q v \, dy}{4\pi L y^2} \qquad 方向 \quad \otimes$$

各 dq 在 o 点处 $d\vec{B}$ 同向：

$$B = \int dB = \int_a^{L+a} \frac{\mu_0 q v \, dy}{4\pi L y^2} = \frac{\mu_0 q v}{4\pi L}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L}\right) = 5 \times 10^{-6} \text{ (T)}$$

方向垂直于纸面向里

大学物理（下）

11 恒定磁场

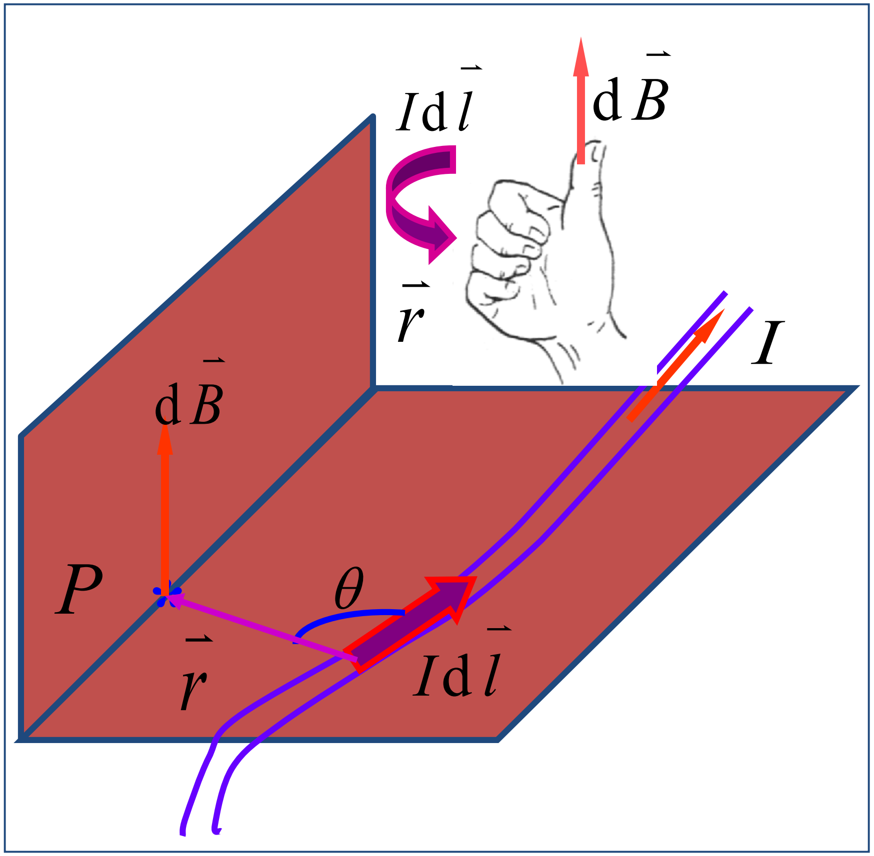
11.4 毕奥-萨伐尔定律

一　毕奥—萨伐尔定律

(电流元在空间产生的磁场)

毕 — 萨定律:

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}}$$

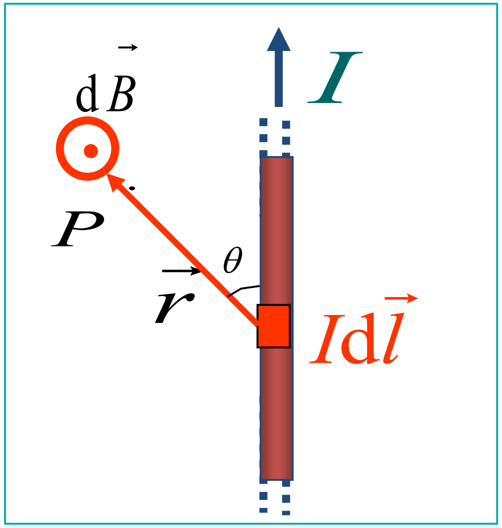


将电流元视为电荷元的集合 → 电荷元磁场公式 + 磁场叠加原理 → 电流元的磁场分布

电流元产生磁场的规律, 与点电荷电场公式作用地位等价

推证：

出发点
- 运动点电荷磁场 $\vec{B}=\dfrac{\mu_0 q\vec{u}\times\vec{r}}{4\pi r^3}$
- 磁场叠加原理 $\vec{B}=\sum\vec{B}_i$



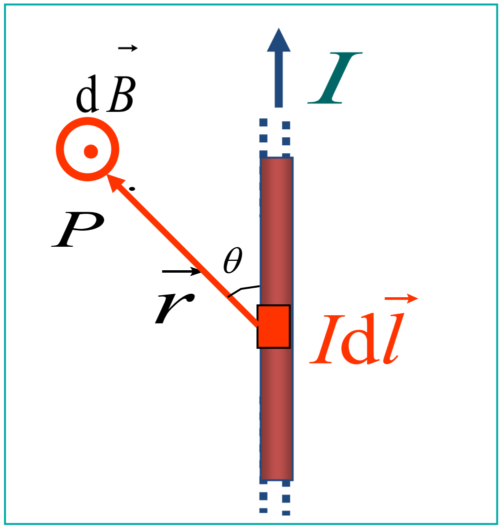
设：电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$，截面积 S

载流子电量 q，密度 n，漂移速度 $\vec{u}$

则：电流元中载流子数 $dN=nS\,\mathrm{d}l$

每个载流子在场点 P 处磁场 $\vec{B}_1=\dfrac{\mu_0 q\vec{u}\times\vec{r}}{4\pi r^3}$

电流元在场点 P 处磁场 $\mathrm{d}\vec{B}=\vec{B}_1 dN=\dfrac{\mu_0 nSq\,\mathrm{d}l\vec{u}\times\vec{r}}{4\pi r^3}$



$$\mathrm{d}\vec{B} = \vec{B}_1 dN = \frac{\mu_0 nSq \ \mathrm{d}l\vec{u} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

$$\because \quad I = nqSu$$

$$\therefore \quad \mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$$

电流元在场点 P 处磁场

大小：$\mathrm{d}B = \dfrac{\mu_0 I\mathrm{d}l\sin\theta}{4\pi r^2}$

方向：右手法则

任意载流导线在点 P 处的磁感强度

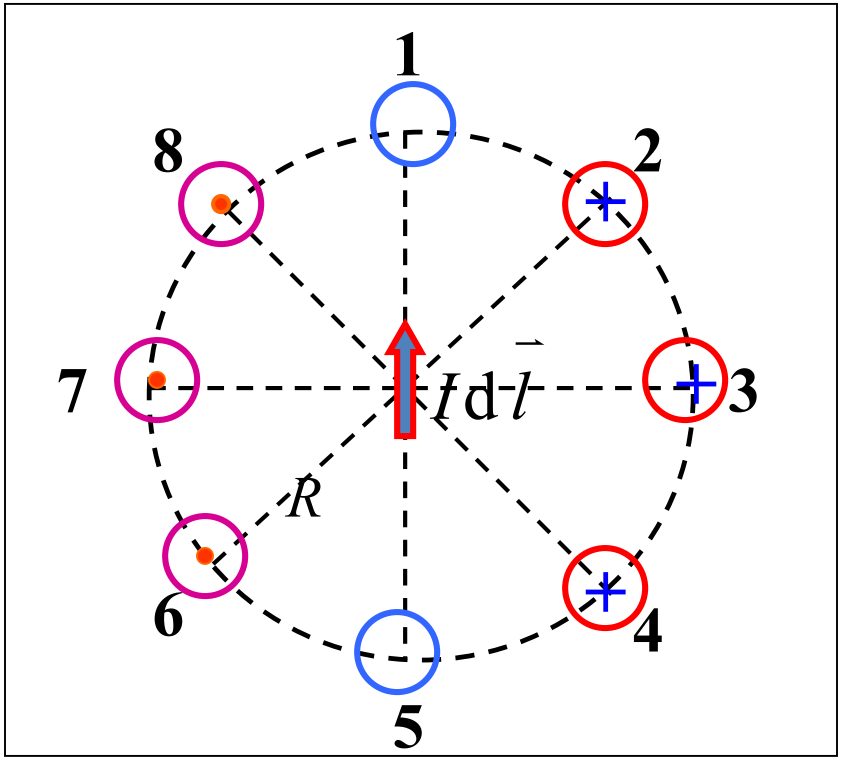
磁感强度叠加原理

$$\vec{B} = \int \mathrm{d}\vec{B} = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}}$$

毕奥—萨伐尔定律

例　判断下列各点磁感强度的方向和大小.



1、5 点：$\mathrm{d}B=0$

3、7点：$\mathrm{d}B=\dfrac{\mu_0 I\mathrm{d}l}{4\pi R^2}$

2、4、6、8 点：

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 I\mathrm{d}l}{4\pi R^2}\sin 45^0$$

二　毕奥—萨伐尔定律应用举例

求解电流磁场分布基本思路：

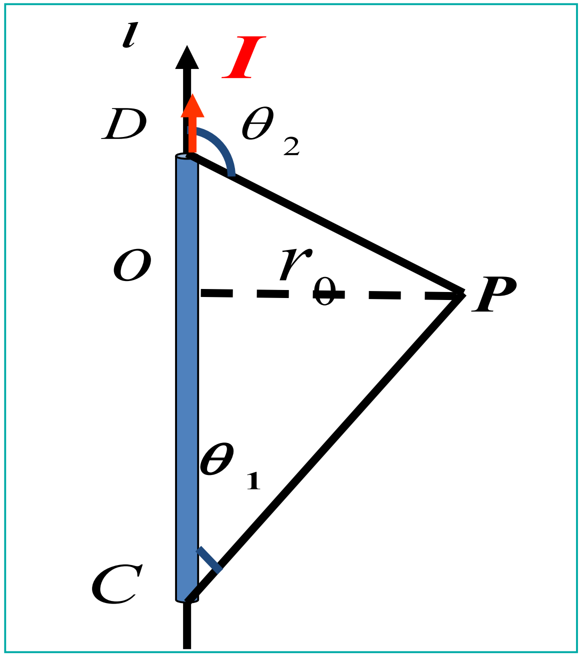
将电流视为电流元（或典型电流）的集合 → 电流元（或典型电流）磁场公式和磁场叠加原理 → 电流磁场分布

应用举例：　　讨论一些典型电流的磁场分布

[例1]　直线电流的磁场

已知：　I . r_0 . θ_1 . θ_2

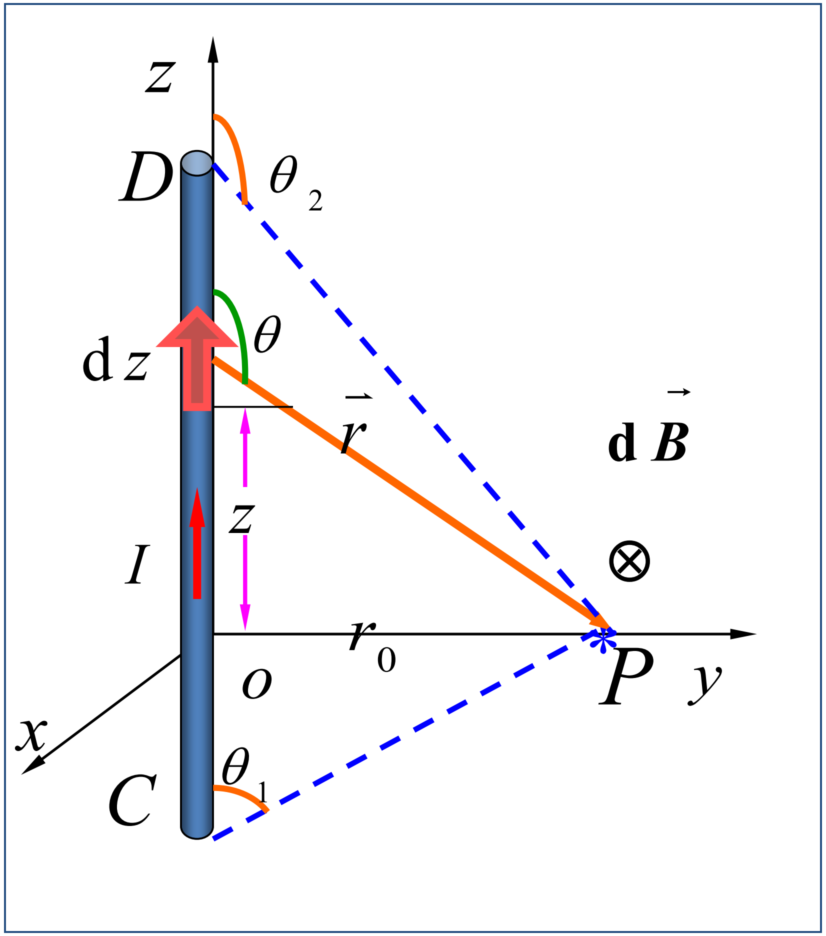
求：　$\vec{B}$ 分布



解: 在直电流（*CD*）上取电流元 $I\mathrm{d}\vec{z}$

各电流元在 *P* 点 $\mathrm{d}\vec{B}$ 同向

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 I\mathrm{d}l\sin\theta}{4\pi r^2}$$ ；方向 ⊗



$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}z\sin\theta}{r^2}$$

$$B=\int\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{CD}\frac{I\mathrm{d}z\sin\theta}{r^2}$$

$$z=-r_0\cot\theta,\ r=r_0/\sin\theta$$

$$\mathrm{d}z=r_0\mathrm{d}\theta/\sin^2\theta$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta$$

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta \mathrm{d}\theta=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

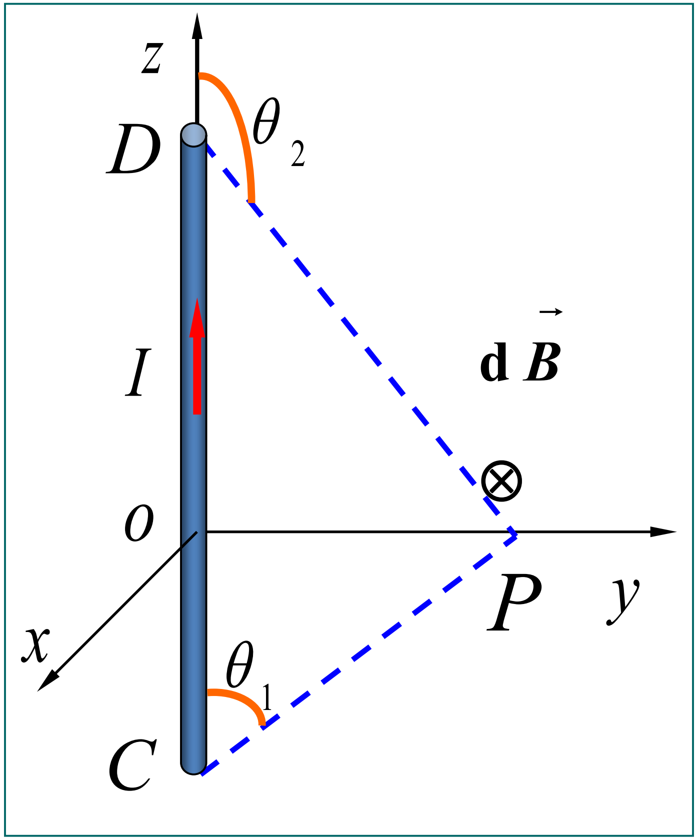
方向沿 x 轴的负方向.

式中：

r_0：场点到直电流距离

θ_1：起点到场点矢径与 I 方向夹角

θ_2：终点到场点矢径与 I 方向夹角



强调： 记住：

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)}$$

解题时关键要找出：$\boldsymbol{r_0,\theta_1,\theta_2}$

讨论：

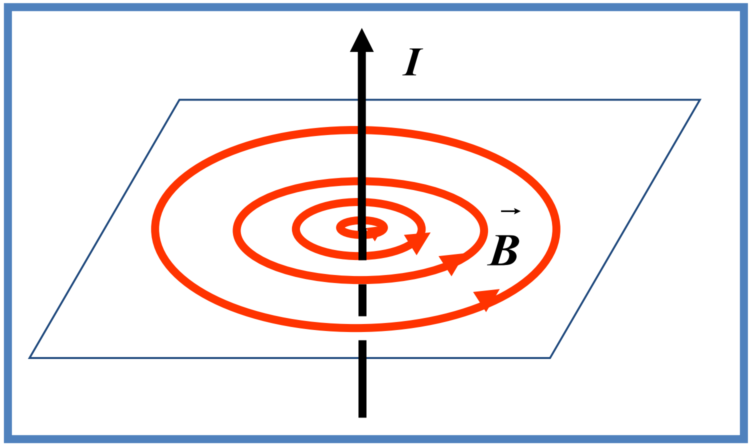
$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

1.a 无限长载流长直导线的磁场.

$\theta_1\to 0$

$\theta_2\to\pi$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}}$$



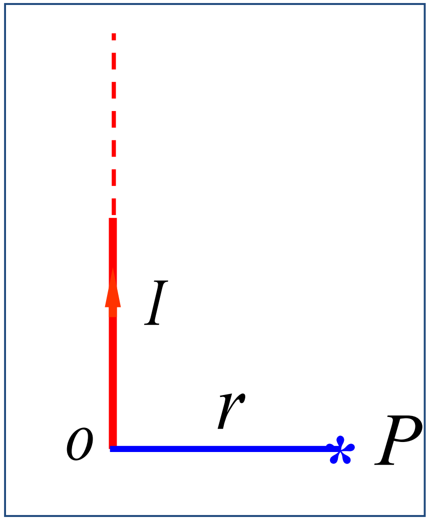
电流与磁感强度成右螺旋关系

1.b 半无限长载流长直导线的磁场

$\theta_1\to\frac{\pi}{2}$

$\theta_2\to\pi$

$$\boxed{B_P=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}}$$



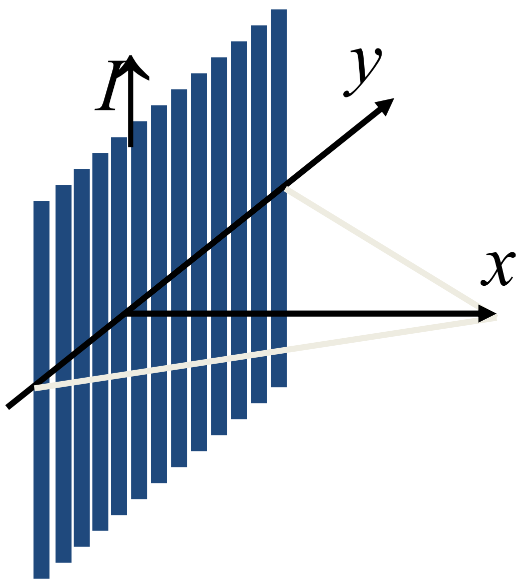
2. 直导线延长线上的点

$\theta_1=\theta_2=0$ 或 π,

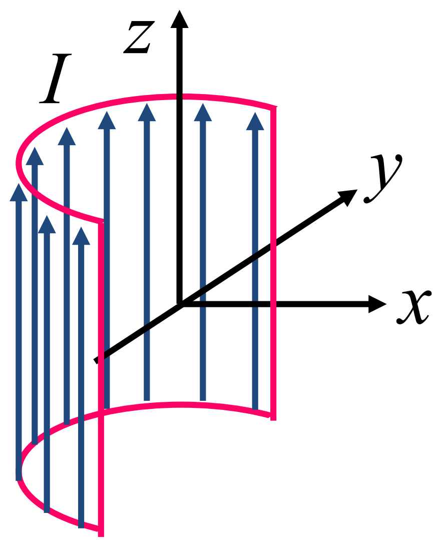
$$\boxed{\mathrm{d}B=0\ ,\quad \vec{B}=0}$$

推广

- 平面电流，平板电流，无限大平面电流，无限大平板电流
- 圆弧面电流，圆弧体电流，圆柱面电流，圆柱体电流



平面电流



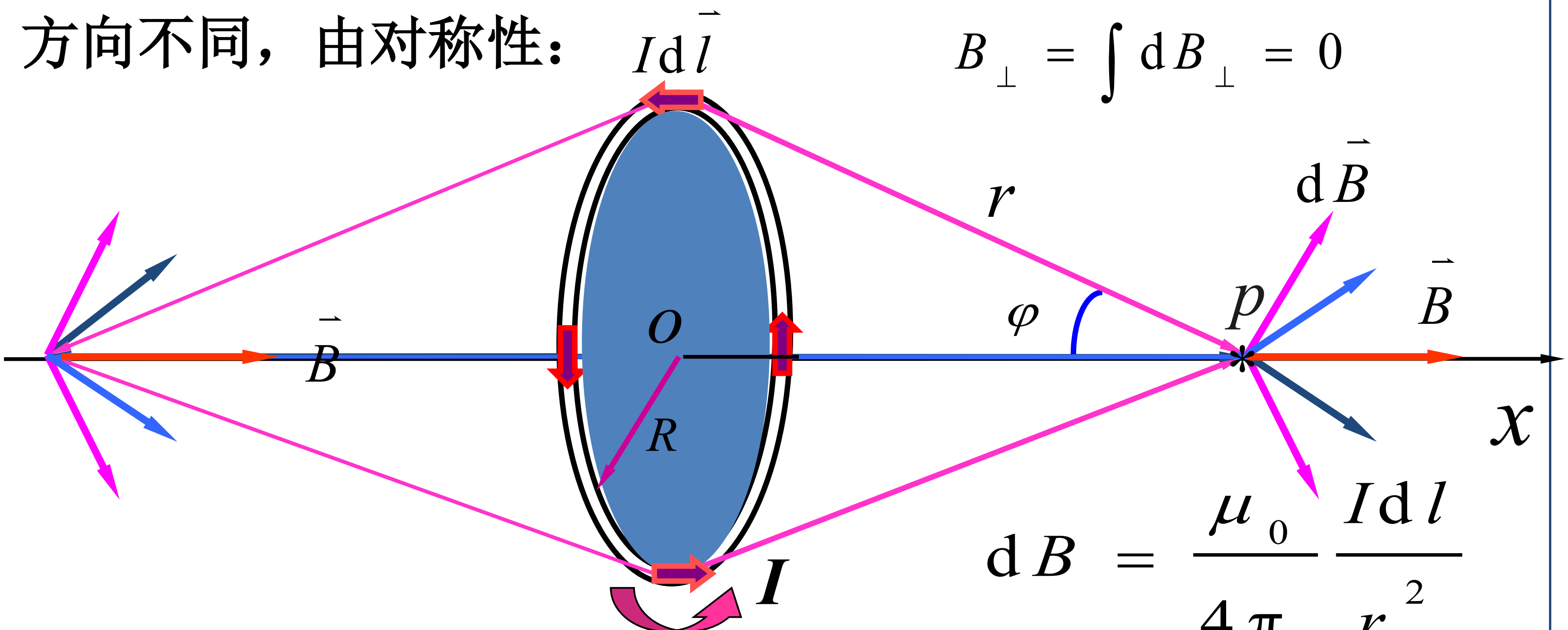
圆弧电流

例2 真空中，半径为R 的载流导线，通有电流I，称圆电流．**求**其轴线上一点 p 的磁感强度的方向和大小．

解： 在圆电流上取电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$ 各电流元在 p 点 $\mathrm{d}\vec{B}$ 大小相等

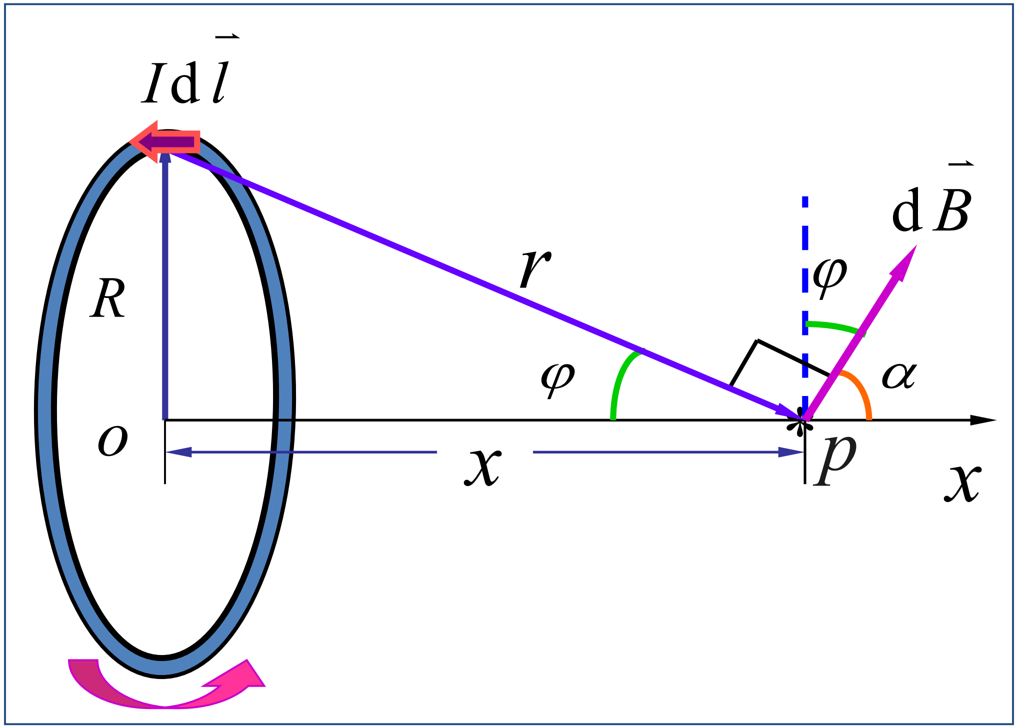
方向不同，由对称性：

$$B_{\perp}=\int \mathrm{d}B_{\perp}=0$$



$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l}{r^2}$$

根据对称性分析 $B=B_x=\int \mathrm{d}B\sin\varphi$



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_l \frac{\cos\alpha\,\mathrm{d}l}{r^2}$$

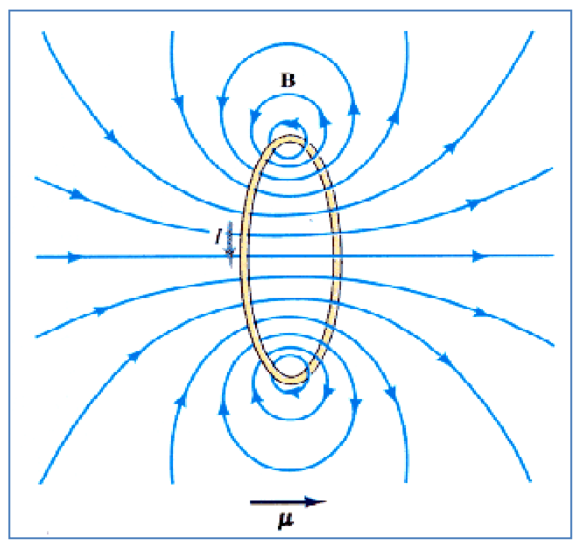
$$\cos\alpha = R/r$$

$$r^2 = R^2 + x^2$$

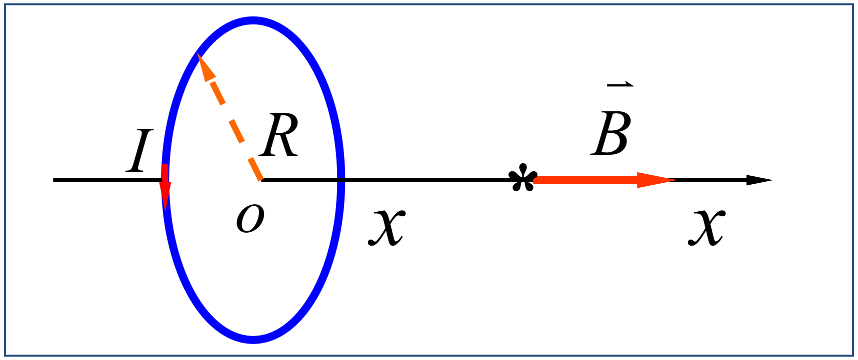
$$B = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3}\int_0^{2\pi R}\mathrm{d}l$$

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\mathrm{d}l}{r^2}$$

$$\mathrm{d}B_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cos\alpha\,\mathrm{d}l}{r^2}$$



$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$$



$$B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$$

讨论

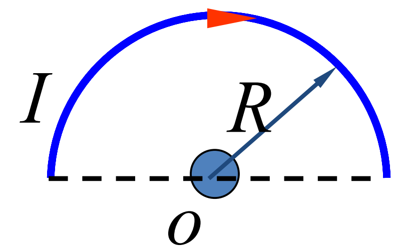
1）若线圈有 N 匝 $B=\frac{\boxed{N}\mu_0 IR^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$

2）$x<0$ $\vec{B}$ 的方向不变(I 和 $\vec{B}$ 成右螺旋关系）

3）$x=0$ $\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2R}}$

4）$x \gg R$ $B=\frac{\mu_0 IR^2}{2x^3}$， $B=\frac{\mu_0 IS}{2\pi x^3}$

半圆电流圆心处磁场 $x=0$



$$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0 I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}}{4\pi r^3}\qquad \mathrm{d}B_0=\frac{\mu_0 I\mathrm{d}l\sin 90^0}{4\pi R^2}$$

$$B_o=\int_l \mathrm{d}B=\frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int_0^{\pi R}\mathrm{d}l=\frac{\mu_0 I}{4R}$$

圆弧电流圆心处磁场 $x=0$

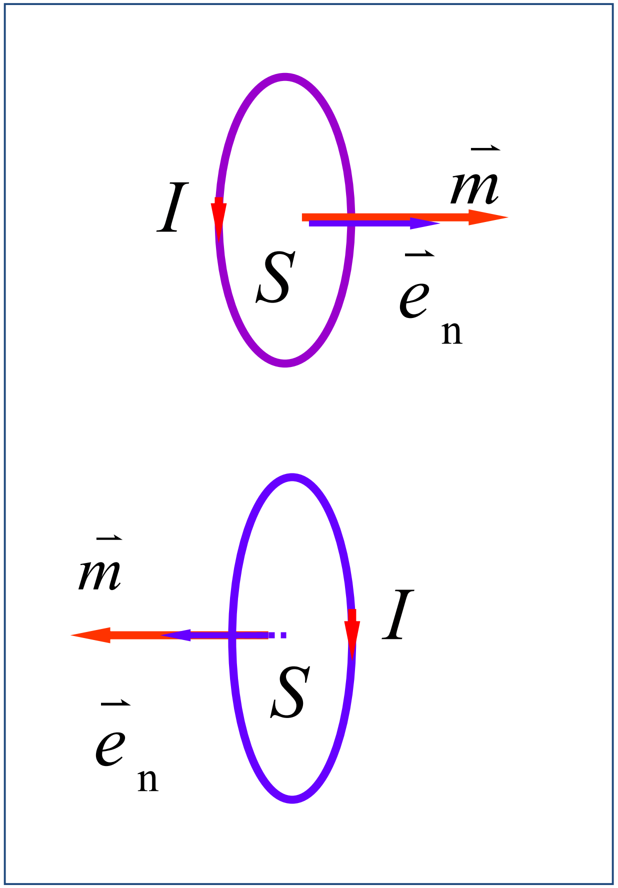
$$B_o=\int_l dB=\frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int_l dl=\frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}l$$

三 电流的磁矩 $\vec{m}$ 或 $\vec{P}_m$

$$\boxed{\vec{m} = IS\vec{e}_{\mathrm{n}}}$$

S : 电流所包围的面积

规定正法线方向：$\vec{e}_n$ 与 I 指向成右旋关系



例2 中圆电流磁感强度 $B = \dfrac{\mu_0 IR^2}{2x^3}$ 公式也可写成

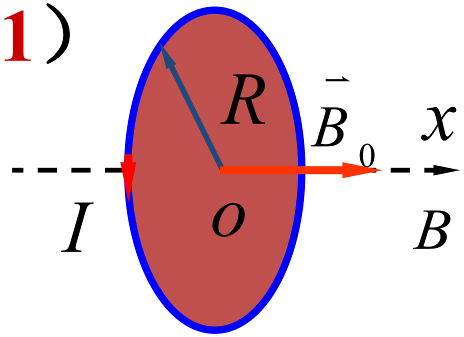
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi x^3}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 m}{2\pi x^3}\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

注意：只有当圆形电流的面积 S 很小，或场点距圆电流很远时，才能把圆电流叫做磁偶极子.

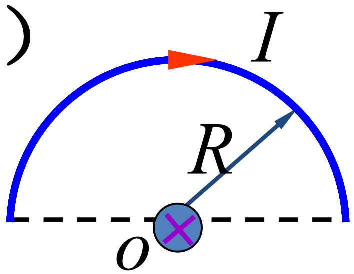
练习

（1）



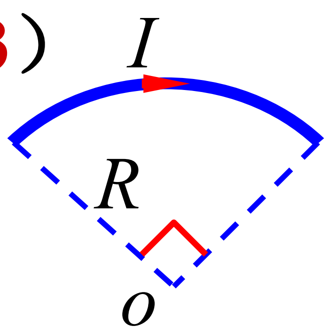
$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

（2）



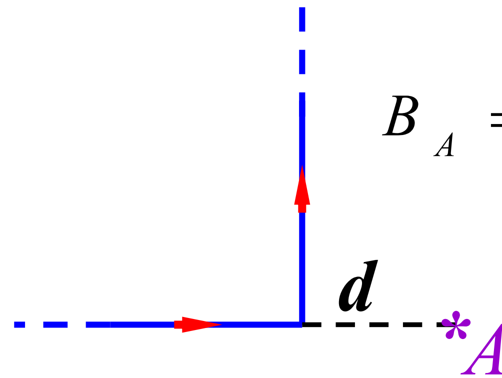
$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

（3）



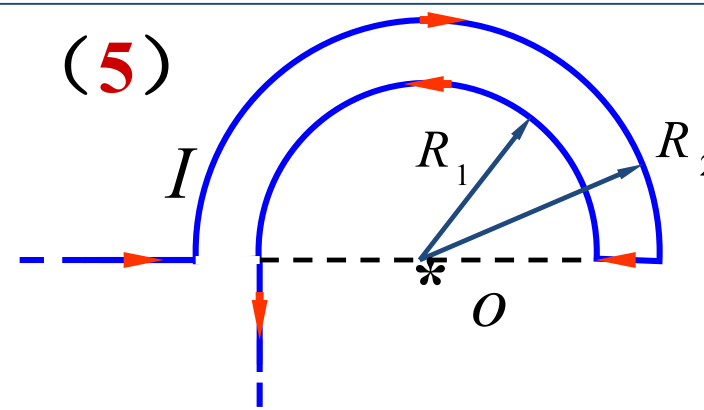
$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{8R}$$

（4）



$$B_A = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}$$

（5）



$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4R_2} - \frac{\mu_0 I}{4R_1} - \frac{\mu_0 I}{4\pi R_1}$$

用毕—萨定律求 $\vec{B}$ 分布的步骤

① 选取电流元或某些典型电流为积分元 $I d\vec{l}$ ；

② 由毕—萨定律或典型电流磁场写出 $d\vec{B}$ ；

③ 选取坐标系，写出 $d\vec{B}$在各坐标轴上的分量，对每个分量积分；

④ 求出总磁感应强度的大小，并说明方向。

几种典型稳恒电流的磁场公式：

① 有限长载流直导线 $B=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$

无限长载流直导线 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}$

②载流圆线圈轴线上 $B=\dfrac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2+x^2\right)^{\frac{3}{2}}}$ 圆心处 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$

圆弧电流圆心处磁场：$\boldsymbol{B_0}=\dfrac{\boldsymbol{\mu_0 I}}{\boldsymbol{2R}}\cdot\dfrac{\boldsymbol{l}}{\boldsymbol{4\pi R}}$

③ 载流螺线管轴线上 $B=\dfrac{\mu_0 nI}{2}(\cos\beta_1-\cos\beta_2)$

无限长螺线管内部 $B=\mu_0 nI$

半无限长载流直螺线管端点：$B=\dfrac{1}{2}\mu_0 nI$

④ 载流细螺绕环 $B_{内}=\mu_0 nI$ $B_{外}=0$

⑤ 无限大载流平板 $B=\dfrac{\mu_0 j}{2}$

⑥ 电流的磁矩：$\vec{P}_m=I\cdot S\vec{n}$

作业

- P107： 10; 11; 12

练习题

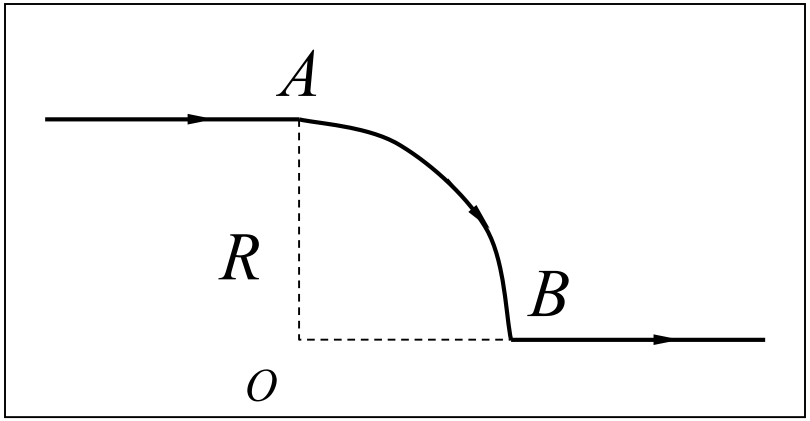
例　一无限长载流 I 的导线，中部弯成如图所示的四分之一圆周 AB，圆心为O，半径为R，则在O点处的磁感应强度的大小为

（A）$\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$

（B）$\dfrac{\mu_0 I}{4\pi R}(1+\dfrac{\pi}{2})$

（C）$\dfrac{\mu_0 I}{4R}$

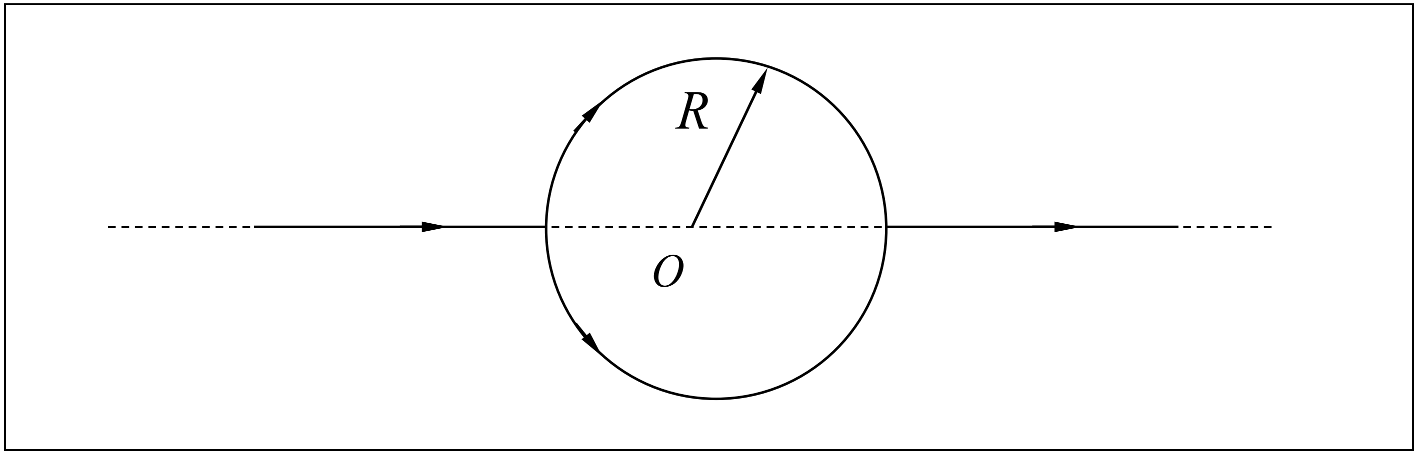
（D）$\dfrac{\mu_0 I}{4\pi R}(1-\dfrac{\pi}{2})$



例　一长直载流 I 的导线，中部折成图示一个半径为R的圆，则圆心的磁感应强度大小为

（A）$\dfrac{\mu_0 I}{2R}$　　（B）$\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$

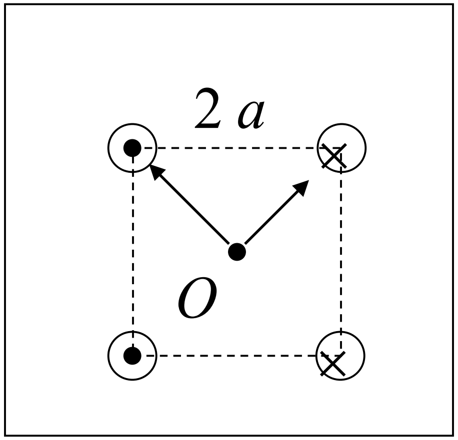
（C）$\dfrac{\mu_0 I}{2R}+\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$　　（D）0



例　如图所示，四条皆垂直于纸面“无限长”载流直导线，每条中的电流均为 I．这四条导线被纸面截得的断面组成了边长为 $2a$ 的正方形的四个顶角，则其中心点 O 的磁感应强度的大小为

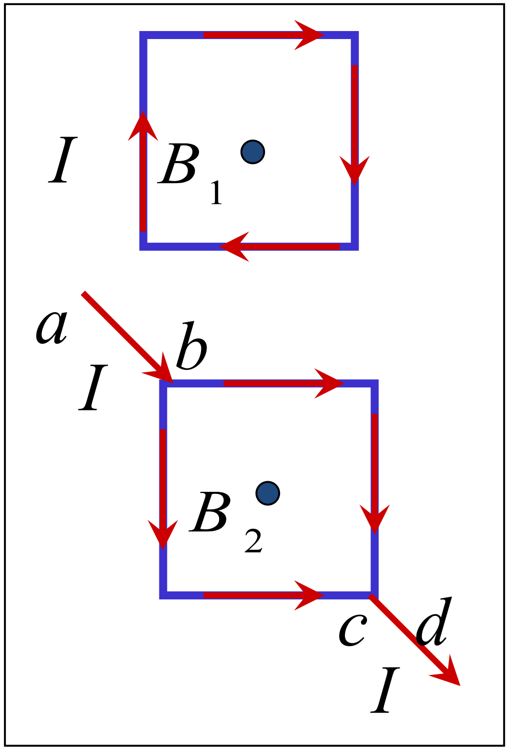
（A）$\dfrac{2\mu_0}{\pi a}I$　　（B）$\dfrac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi a}I$

（C）0　　★（D）$\dfrac{\mu_0}{\pi a}I$



$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{2}a} \qquad B_0 = 4B_1\cos\frac{\pi}{4}$$

例 边长为 l 的正方形线圈，分别用图示两种方式通以电流 I（其中 ab 、cd 与正方形共面），在这两种情况下，线圈在其中心产生的磁感强度的大小分别为：（）



(1) $B_1 = 0$, $B_2 = 0$

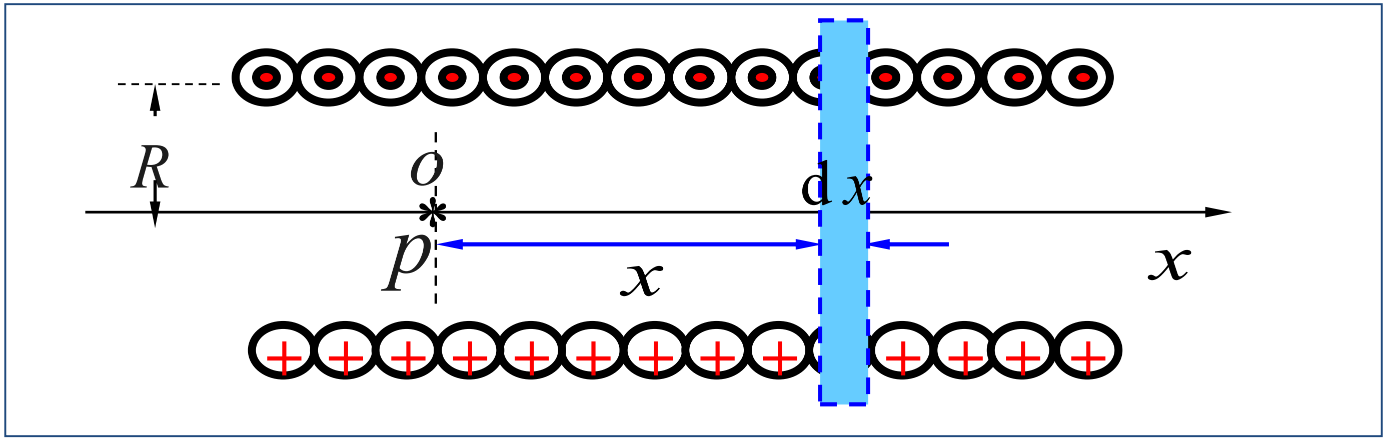
(2) $B_1 = 0$, $B_2 = \dfrac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi l}$

★(3) $B_1 = \dfrac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi l}$, $B_2 = 0$

(4) $B_1 = \dfrac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi l}$, $B_2 = \dfrac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi l}$

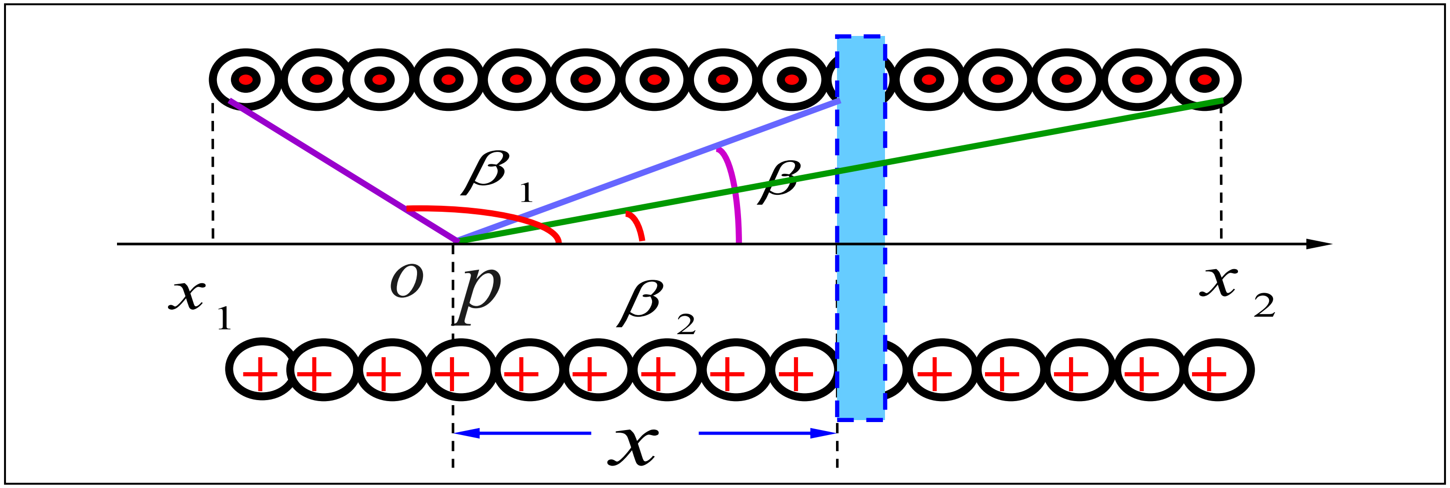
例 载流直螺线管的磁场

如图所示，有一长为 l，半径为R的载流密绕直螺线管，螺线管的总匝数为N，通有电流 I. 设把螺线管放在真空中，求管内轴线上一点处的磁感强度.



解：取 X 沿轴线向右，P 为坐标原点，距 P 点 x 处任取一小段 dx 小段上电流为 $dI = Indx$

由圆电流轴线上一点磁场公式 $B = \dfrac{\mu_0 IR^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$



$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{2}\frac{R^2 \boxed{In\,\mathrm{d}x}}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

$$B = \int \mathrm{d}B = \frac{\mu_0 nI}{2}\int_{x_1}^{x_2}\frac{R^2\,\mathrm{d}x}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 nI}{2}\left(\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 + R^2}} - \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + R^2}}\right) = \frac{\mu_0}{2} nI(\cos\beta_2 - \cos\beta_1)$$

讨论:

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 nI}{2}(\cos\beta_2-\cos\beta_1)}$$

(1) 无限长的螺线管　由 $\beta_1=\pi,\beta_2=0$ 代入

$$\boxed{B=\mu_0 nI}$$

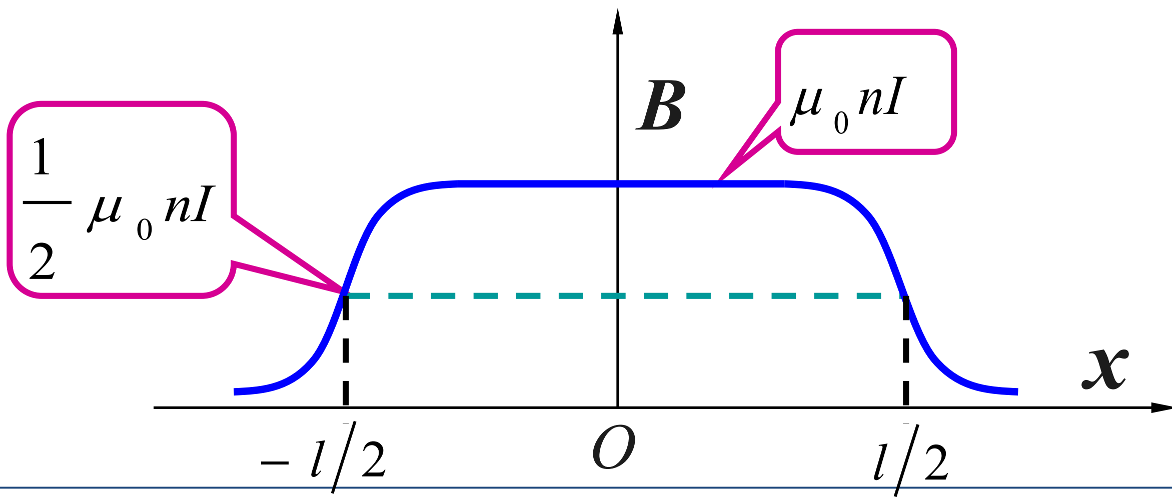
若 $l>>R$　$\boxed{B=\mu_0 nI}$

（2）半无限长螺线管的一端　$\beta_1=\dfrac{\pi}{2},\beta_2=0$

$$\boxed{B=\frac{1}{2}\mu_0 nI}$$

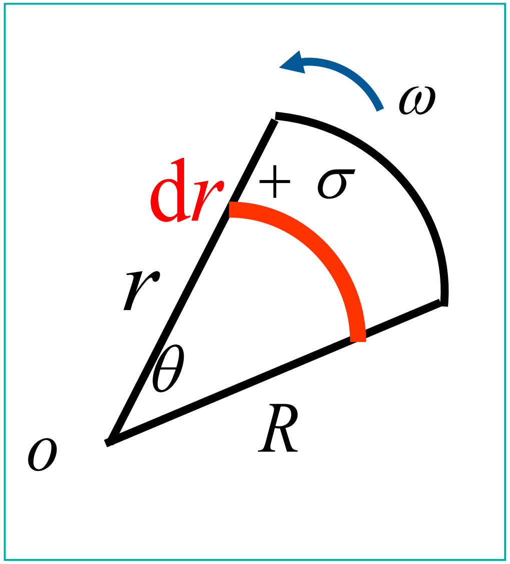
密绕长直螺线管轴线上的磁感应强度各点都相等与位置无关

长直密绕螺线管轴线上磁场



例　已知：扇形 R . θ . σ . ω　求：$B_0 = ?$

思考：$\mathrm{d}B = ?$　$\mathrm{d}I = ?$　$\mathrm{d}q = ?$



$$\mathrm{d}q = \sigma r\theta \mathrm{d}r$$

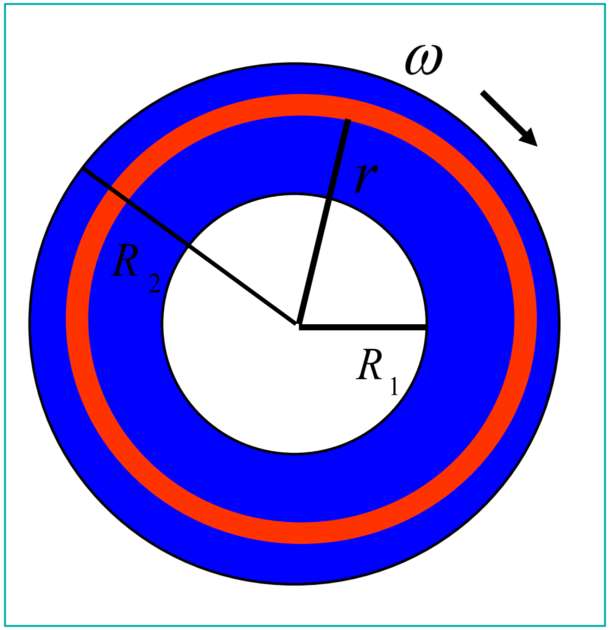
$$\mathrm{d}I = \frac{\mathrm{d}q}{T} = \frac{\mathrm{d}q}{\frac{2\pi r}{v}} = \frac{\mathrm{d}q}{\frac{2\pi r}{\omega r}} = \frac{\omega \mathrm{d}q}{2\pi}$$

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2r} = \frac{\mu_0 \omega\sigma\theta\ dr}{4\pi}$$

$$B = \int \mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \omega\theta\sigma}{4\pi}\int_0^R \mathrm{d}r = \frac{1}{4\pi}\mu_0\sigma\theta\omega\ R$$

写成矢量式：$\vec{B}_0 = \frac{1}{4\pi}\mu_0\sigma\theta R\vec{\omega}$

例 带电圆环（ $R_1 . R_2 . \sigma$.）顺时针旋转 ω，求 $\vec{P}_m$



解： $dq = \sigma \cdot 2\pi r \cdot dr$

$$dI = \frac{\omega\, dq}{2\pi} = \sigma\omega\, r\, dr$$

$$dP_m = \pi r^2 dI = \sigma\pi\omega\, r^3 dr$$

$$P_m = \int dP_m = \int_{R_1}^{R_2} \sigma\pi\omega\, r^3 dr = \frac{\pi}{4}\sigma\omega\,(R_2^4 - R_1^4)$$

$$= \frac{\omega\sigma\pi\,(R_2^2 - R_1^2)(R_2^2 + R_1^2)}{4}$$

$$\vec{P}_m = \frac{q\,\vec{\omega}}{4}(R_2^2 + R_1^2)$$